Naar een nieuwe macro-economie

van Schaik, A.B.T.M.

Publication date:
1981

Link to publication

Citation for published version (APA):
van Schaik, A. B. T. M. (1981). *Naar een nieuwe macro-economie: Ontwikkeling en toepassing van een bouwjareninterpretatie van produktie en werkgelegenheid in Nederland*. Stenfert Kroese.

Hoofdstuk 1
Het jaargangenmodel

A.B.T.M. van Schaik
Universiteit Tilburg
1981

1.1. VERONDERSTELLINGEN EN BEGRIPPEN

Volgens de bouwjarenbenadering van de produktiefunctie wordt de kapitaalgoederenvoorraad ingedeeld in jaargangen al naar gelang het tijdstip van installatie. Bij de operationalisering van deze benadering worden de investeringen van een bepaald jaar opgevat als één jaargang. De kapitaalgoederenvoorraad bestaat dan uit de optelsom van de investeringen, die in het verleden elk jaar zijn gedaan.

Tijdens het produktieproces zijn de kapitaalgoederen bemand; aan jaargangen zijn arbeidsplaatsen verbonden. Ten aanzien van de relatie tussen investeringen en arbeidsplaatsen worden de volgende uitgangspunten aangehouden:

- De produktiecapaciteit wordt bepaald door de geïnstalleerde outillage. De kapitaalcoëfficiënt - dit is de verhouding tussen kapitaalgoederenvoorraad en potentiële produktie - is voor alle jaargangen hetzelfde en blijft in de loop van de tijd constant.
- De vereiste bemanning (het aantal arbeidsplaatsen) per eenheid outillage daalt met een constant percentage naarmate de jaargang jonger is. De arbeidscoëfficiënt - dit is de verhouding tussen het aantal arbeidsplaatsen en de produktiecapaciteit - ligt echter vast vanaf het moment van installatie.

Hiermee zijn de belangrijkste kenmerken van het jaargangenmodel met vaste technische coëfficiënten (het ‘clay-clay vintage’-model) genoemd. Gegeven deze uitgangspunten is de produktiecapaciteit van jaargang τ (het jaar van ontstaan) in jaar t (de peildatum) dan als volgt bepaald:

$$y^{*}_{(t,\tau)} = \frac{1}{\kappa} i_{(t,\tau)} \tag{1}$$

Hierin symboliseert $i_{(t,\tau)}$ het volume van jaargang τ dat nog aanwezig is in jaar t, κ de kapitaalcoëfficiënt en $y^{*}_{(t,\tau)}$ de produktiecapaciteit van jaargang τ in jaar t. Om dit produktievolume te maken dient jaargang τ te worden bemand volgens de relatie:

$$a^{*}_{(t,\tau)} = a_{(t,\tau)} y^{*}_{(t,\tau)} \tag{2}$$

Hierin stelt $a_{(t,\tau)}$ de arbeidscoëfficiënt voor van jaargang τ op peildatum t. Het symbool $a^{*}_{(t,\tau)}$ heeft dan betrekking op het aantal arbeidsplaatsen van jaargang τ in jaar t. De arbeidscoëfficiënt kan als volgt worden gespecificeerd:

$$a_{(t,\tau)} = \frac{1}{\phi_{(0)} (1+\mu)^{\tau}} \tag{3}$$

In deze uitdrukking symboliseert de reciproke van $\phi_{(0)}$, de arbeidscoëfficiënt van een willekeurig te kiezen referentie- of basisjaar (jaargang $\tau = 0$) en μ het perunage van de geïncorporeerde zuiver arbeidsbesparende technische ontwikkeling.

De relatie tussen de kapitaalgoederenvoorraad van jaargang τ op peildatum t en de daaraan verbonden arbeidsplaatsen luidt nu:

$$a^{*}_{(t,\tau)} = \frac{a_{(t,\tau)}}{\kappa} i_{(t,\tau)} \tag{4}$$

Deze uitkomst voor de kapitaal-arbeid-verhouding van jaargang τ op tijdstip t verkrijgt men door substitutie van relatie (1) in (2).

De totale kapitaalgoederenvoorraad op peildatum t volgt uit de sommatie over alle in gebruik zijnde jaargangen:

$$k_{(t)} = \sum_{\tau=\upsilon_t}^{\tau=t-1} i_{(t,\tau)} \tag{5}$$

De ondergrens van de sommatie is gedetermineerd door de informatie over het bouwjaar van de oudste in gebruik zijnde jaargang in jaar *t*, dat hier is aangeduid met het symbool υ_t. Uit deze vergelijking blijkt dat een verkorting van de economische levensduur

$$\theta_t = t - \upsilon_t \tag{6}$$

d.w.z. een vermindering van het aantal termen onder het sommatieteken bij gegeven investeringen leidt tot een verkleining van de kapitaalgoederenvoorraad. Een geringere kapitaalgoederenvoorraad leidt, ceteris paribus, tot een inkrimping van de produktiecapaciteit en een vermindering van het aantal arbeidsplaatsen. Een en ander blijkt duidelijk uit de vergelijkingen voor de totale produktiecapaciteit en de totale potentiële werkgelegenheid op peildatum *t*:

$$y^*_{(t)} = \sum_{\tau=\upsilon_t}^{\tau=t-1} y^*_{(t,\tau)} = \frac{1}{\kappa} \sum_{\tau=\upsilon_t}^{\tau=t-1} i_{(t,\tau)} \tag{7}$$

$$a^*_{(t)} = \sum_{\tau=\upsilon_t}^{\tau=t-1} a^*_{(t,\tau)} = \frac{1}{\kappa} \frac{1}{\phi_{(0)}} \sum_{\tau=\upsilon_t}^{\tau=t-1} \frac{i_{(t,\tau)}}{(1+\mu)^{\tau}} \tag{8}$$

Deze relaties zijn tot stand gekomen door de onder (5) genoemde procedure toe te passen op de vergelijkingen (1) en (4). De ondergrens van deze sommaties is, zoals gezegd, gedetermineerd door de informatie over het bouwjaar van de oudste in gebruik zijnde jaargang. Dit bouwjaar wordt bepaald door de conditie dat op de betreffende (marginale) jaargang nog net geen verlies wordt geleden. Hierbij is verondersteld dat de ondernemers streven naar winstmaximalisatie en opereren op markten waar het arbeidsloon en de prijs van eindprodukten voor de ondernemer (micro-)data zijn. Deze voorwaarde kan als volgt worden geformaliseerd:

$$l_{(t)} a^{*}_{(t,\upsilon_t)} = p_{y(t)} y^{*}_{(t,\upsilon_t)}, \text{ of}$$

$$\frac{l_{(t)}}{p_{y(t)}} = \frac{y^{*}_{(t,\upsilon_t)}}{a^{*}_{(t,\upsilon_t)}} \tag{9}$$

Hierin symboliseren $l_{(t)}$ de (nominale) loonvoet per manjaar op peildatum t en $p_{y(t)}$ de opbrengstprijs van de produktie in jaar t. Uit vergelijking (9) blijkt dat de (technologisch bepaalde) arbeidsproduktiviteit van de oudste in gebruik zijnde jaargang gelijk is aan de reële arbeidskosten, die zijn gedefinieerd als het quotiënt van nominale loonvoet en prijs van de produktie.

Substitutie van vergelijking (3) in (2) en van het resultaat in (9) geeft:

$$\frac{l_{(t)}}{p_{y(t)}} = \phi_{(0)} (1+\mu)^{\upsilon_t} \tag{10}$$

Deze gelijkheid staat bekend als de afstoot- of afkapconditie van het jaargangenmodel met vaste coëfficiënten. Na het nemen van logaritmen gaat formule (10) over in

$$\ln l_{(t)} - \ln p_{y(t)} = \ln \phi_{(0)} + \upsilon_t \ln (1+\mu) \tag{11}$$

Hieruit kan - door herordening van termen - voor het bouwjaar van de oudste in gebruik zijnde jaargang de volgende uitdrukking worden gevonden:

$$\upsilon_t = \frac{\ln l_{(t)} - \ln p_{y(t)} - \ln \phi_{(0)}}{\ln(1+\mu)} \tag{12}$$

Hiermee is het model gecompleteerd.

Bovenstaande formulering van het jaargangenmodel met vaste technische coëfficiënten treft men tegenwoordig in vrijwel elk inleidend handboek van de economie aan. Bij de operationalisering van deze benadering dienen evenwel nog enkele empirische aspecten in aanmerking te worden genomen. Deze zullen in de volgende paragraaf aan de orde worden gesteld. Een ervan verdient evenwel reeds op deze plaats aandacht. Het betreft hier de kwestie van de technische slijtage. De voorraadoutillage van jaargang τ in jaar t - $i_{(t,\tau)}$ - verschilt van de omvang van deze voorraad bij installatie van het bouwjaar τ - $i_{(\tau,\tau)}$ -, omdat machines in de loop van de tijd om technische redenen uitvallen. Met deze technische slijtage kan rekening worden gehouden door aan outillage een vast slijtingspercentage toe te kennen. In symbolen

$$i_{(t,\tau)} = \frac{i_\tau}{(1+\delta)^{t-\tau}} \tag{13}$$

In deze formule is tot uitdrukking gebracht dat elk jaar 100δ% van de aanwezige jaargangen in verband met slijtage verloren gaat. Afstootconditie (12) verandert door deze aanvulling van het model uiteraard niet. De technische slijtage komt echter wel tot uitdrukking in de vergelijkingen voor de totale produktiecapaciteit en het totale aantal arbeidsplaatsen. De relaties (7) en (8) gaan nu over in:

$$y^*_{(t)} = \frac{1}{\kappa} \sum_{\tau=\upsilon_t}^{\tau=t-1} \frac{i_\tau}{(1+\delta)^{t-\tau}} \tag{14}$$

$$a^*_{(t)} = \frac{1}{\kappa} \frac{1}{\phi_{(0)}} \sum_{\tau=\upsilon}^{\tau=t-1} \frac{i_\tau}{(1+\delta)^{t-\tau}(1+\mu)^\tau} \tag{15}$$

Aldus gestructureerd bestaat het jaargangenmodel met vaste technische coëfficiënten uit drie vergelijkingen - (12), (14) en (15) - met drie onbekenden te weten υ_t, $y^*_{(t)}$ en $a^*_{(t)}$. Dit model kan voor elk jaar t worden opgelost als de gegevens bekend zijn van de exogene variabelen

i_τ, waarbij $\tau = 0, 1, 2, \ldots, t$

en $\dfrac{l_{(t)}}{p_{y(t)}}$.

Tevens dienen de waarden ter beschikking te staan van de parameters van het model. Dat zijn er vier:

κ, δ, $\phi_{(0)}$ en μ.

In de theoretische literatuur treft men meestal beschouwingen aan over een zeer speciale oplossing van het jaargangenmodel, namelijk die waarbij sprake is van gelijkmatige of gestadige groeit.[1] Het vergelijken van paden van gestadige groei leidt tot bepaalde inzichten. Men leert er op betrekkelijk eenvoudige wijze mee inzien in welke richting de uitkomsten van het model veranderen als men de vooronderstellingen ten aanzien van de exogene variabelen wijzigt. De belangrijkste uitkomst is wel dat de economische levensduur korter wordt als de reële arbeidskosten sneller stijgen dan de technologisch bepaalde groei van de arbeidsproduktiviteit. Bij de empirische toepassing van het jaargangenmodel kunnen zulke inzichten niet worden gemist. Ze leveren voorschriften op die van beslissende betekenis kunnen zijn bij het doen van keuzes uit alternatieve specificaties. Dit aspect van het nieuwe macro-economisch denken komt op verschillende plaatsen in deze studie nog terug. Ter voorbereiding hierop is in de appendix van dit hoofdstuk een plaats ingeruimd voor de comparatieve dynamica, de vergelijking van paden van gelijkmatige groei.

1.2. ARBEIDSTIJD EN INDIRECTE ARBEID

Bij de empirische implementatie van het jaargangenmodel dienen - naast de technische slijtage - nog twee aspecten in de beschouwingen te worden betrokken. Allereerst betreft dat de kwestie van de bedrijfstijd en de arbeidsduur. Onder bedrijfstijd wordt verstaan de tijd die het produktieapparaat per periode in bedrijf is. De arbeidstijd heeft betrekking op het aantal werkuren per tijdseenheid van de bemanning van de machines.

In de afgelopen twintig jaar is het aantal werkuren van een werkende, gerekend over een jaar, met circa 20% verkort. Ook de bedrijfstijd is gemiddeld genomen met dit percentage gedaald. Hierdoor is een steeds groter gedeelte van de bestaande produktiecapaciteit onbenut gebleven. Of anders gezegd: de *effectieve* kapitaalgoederenvoorraad van de bestaande outillage is in de loop van de tijd gedaald. Bij een constante kapitaalcoëfficiënt impliceert dit een vermindering van de

[1] Voor het Nederlandse taalgebied zij verwezen naar D.B.J. Schouten en A.H.J. Kolnaar, Dynamische Macro-Economie, deel II, Leiden, 1967, en W.M. van den Goorbergh, R.J. de Groof en H.W.G.M. Peer, Hoofdlijnen van de moderne groeitheorie, hoofdstuk 6, Leiden, 1979.

potentiële produktie. Een en ander kan als volgt in vergelijking (1) tot uitdrukking worden gebracht:

$$y^*_{(t,\tau)} = \frac{1}{\kappa} d^{\delta_1}_{(t)} i_{(t,\tau)} \tag{1a}$$

Hierin symboliseert $d_{(t)}$ de index van de bedrijfstijd op peildatum t en δ_1 de elasticiteit van de (effectieve) kapitaalgoederenvoorraad ten opzichte van de bedrijfstijd. De elasticiteitscoëfficiënt δ_1 is kleiner dan één, omdat een gedeelte van de produktie plaatsvindt in continubedrijven. Zulke bedrijven kunnen gezien de aard van het produktieproces niet meedoen aan een algemene verkorting van de bedrijfstijd.

De bedrijfstijd wordt meestal verkort in samenhang met de vermindering van de arbeidstijd. Langere vakanties en een kortere werkweek zijn hiervan duidelijke voorbeelden. In dit licht bezien, kan de index van de bedrijfstijd gelijk worden gesteld aan de index van de arbeidstijd, die wordt aangeduid met het symbool h:

$$d_{(t)} = h_{(t)}.$$

Eventuele verschillen tussen de ontwikkelingen van de bedrijfstijd en de arbeidsduur komen dan tot uitdrukking in de waarde van de elasticiteitscoëfficiënt δ_1.

Een verkorting van de bedrijfstijd leidt, ceteris panbus, tot minder arbeidsplaatsen. Dit kan men inzien aan de hand van vergelijking (2). Een verkleining van de effectieve kapitaalgoederenvoorraad leidt tot een vermindering van de produktiecapaciteit en daarmee - bij een gegeven arbeidscoëfficiënt $a_{(t,\tau)}$ tot minder arbeidsplaatsen. Arbeidstijdverkorting laat de arbeidscoëfficiënt echter niet ongemoeid. In feite wordt de (potentiële) arbeidsproduktiviteit van een jaargang naar rato verkleind. De definitieve uitdrukking voor de arbeidscoëfficiënt van jaargang τ in jaar t luidt dan:

$$a_{(t,\tau)} = \frac{1}{h^{\delta_2}_{(t)} \phi_{(0)} (1+\mu)^{\tau}} \tag{3a}$$

De elasticiteitscoëfficiënt δ_2 is kleiner dan één als de arbeidstijdverkorting gepaard gaat met een (spontane) stijging van de arbeidsproduktiviteit in de resterende werkuren.

In de empirische toepassing van het jaargangenmodel wordt verondersteld dat de elasticiteitscoëfficiënten δ_1 en δ_2 aan elkaar gelijk zijn. De consequentie hiervan is dat het effect van arbeidstijdverkorting op de noodzakelijke bemanning van een jaargang nihil is. De arbeidscoëfficiënt neemt in dit geval immers met hetzelfde percentage toe als dat waarmee de produktiecapaciteit afneemt. Anders gezegd: de vermindering van het aantal machine-uren per jaar is precies gelijk aan de vermindering van het aantal arbeidsuren per man per jaar. Dit kan worden geverifieerd aan de hand van de definitieve vergelijking voor het aantal arbeidsplaatsen van jaargang τ op tijdstip *t*:

$$a^*_{(t,\tau)} = \frac{1}{\kappa} \frac{1}{\phi_{(0)} (1+\mu)^\tau} h_{(t)}^{\delta_1-\delta_2} \frac{i_\tau}{(1+\delta)^{t-\tau}} \tag{2a}$$

Deze relatie is tot stand gekomen door substitutie van de vergelijkingen (13), (3a) en (la) in (2). Duidelijk blijkt nu dat de arbeidstijdverkorting geen invloed heeft op het aantal arbeidsplaatsen als wordt verondersteld dat de elasticiteitscoëfficiënten δ_1 en δ_2 aan elkaar gelijk zijn.

Een verkorting van de arbeidstijd leidt in beginsel *wel* tot een daling van het aantal arbeidsplaatsen uit hoofde van extra economische veroudering. Dit volgt uit de definitieve afkapconditie:

$$\frac{l_{(t)}}{p_{y(t)}} = \phi_{(0)} (1+\mu)^{\upsilon_t} h_{(t)}^{\delta_2} \tag{10a}$$

Deze gelijkheid verkrijgt men door substitutie van de vergelijkingen (la), (2a) en (13) in (9). Na het nemen van logaritmen en herordening van termen gaat (l0a) over in de definitieve rekenformule voor de bepaling van de economische levensduur:

$$\upsilon_t = \frac{\ln l_{(t)} - \ln p_{y(t)} - \delta_2 \ln h_{(t)} - \ln \phi_{(0)}}{\ln(1+\mu)} \tag{12a}$$

Uit het rechterlid van relatie (l0a) volgt dat de arbeidsproduktiviteit geringer wordt als de arbeidstijd wordt verkort. Bij hetzelfde niveau van de reële arbeidskosten op peildatum *t* moet het bouwjaar van de oudste in gebruik zijnde jaargang dan stijgen; de economische levensduur wordt korter. Er vindt dan extra afstoot van marginale jaargangen plaats. Dit kan worden geverifieerd aan de hand van vergelijking (12a). In hoofdstuk 9 wordt aan deze kwestie meer uitvoerig aandacht geschonken.

De totale kapitaalgoederenvoorraad volgt, zoals gezegd, uit de sommatie over alle in gebruik zijnde jaargangen:

$$k_{(t)} = h_{(t)}^{\delta_1} \sum_{\tau=\upsilon_t}^{\tau=t-1} \frac{i_\tau}{(1+\delta)^{t-\tau}} \tag{5a}$$

De introductie van de index *h* is, zoals gezegd, reden om hier te spreken over de *effectieve* kapitaalgoederenvoorraad.

Toepassing van de hier boven gevolgde procedure op de relaties (1a) en (2a) leidt tot de volgende definitieve vergelijkingen voor de totale produktiecapaciteit en de totale potentiële werkgelegenheid:

$$y_{(t)}^{*} = \frac{1}{\kappa} h_{(t)}^{\delta_1} \sum_{\tau=\upsilon_t}^{\tau=t-1} \frac{i_\tau}{(1+\delta)^{t-\tau}} \tag{14a}$$

$$a_{(t)}^{*} = (1+\gamma)\frac{1}{\kappa}\frac{1}{\phi_{(0)}} h_{(t)}^{\delta_1-\delta_2} \sum_{\tau=\upsilon_1}^{\tau=t-1} \frac{i_\tau}{(1+\delta)^{t-\tau}(1+\mu)^{\tau}} \tag{15a}$$

Bij de afleiding van de laatste relatie is het berekend aantal arbeidsplaatsen opgehoogd met een constante factor ($1 + \gamma$). In hoofdstuk 2 zal worden uiteengezet dat deze factor - die verder zal worden aangeduid als de indicator voor indirecte arbeid - bij de empirische toepassing van het jaargangenmodel niet kan worden gemist.

Hiermee is het model dat Den Hartog en Tjan destijds hebben toegepast op de Nederlandse economie voldoende beschreven en toegelicht. De (eerste) schatting van dit model zal worden besproken in hoofdstuk 2. Ter introductie op latere (her-)schattingen van het model volgt eerst echter een korte uiteenzetting over de specificatie van de afkapconditie.

1.3. EEN ALTERNATIEVE AFSTOOTCONDITIE

Het bouwjaar van de oudste in gebruik zijnde jaargang werd hierboven bepaald via de vuistregel dat op de marginale jaargang nog net geen verlies werd geleden. Deze regel werd - zoals gebruikelijk - geformaliseerd door de *potentiële* kosten gelijk te stellen aan de *potentiële* opbrengsten:

$$l_{(t)} a^*_{(t,v_t)} = p_{y(t)} y^*_{(t,v_t)} \qquad (9)$$

In hoofdstuk 3 zal blijken dat ook een alternatieve specificatie denkbaar is. Hierbij worden de *feitelijke* kosten gelijkgesteld aan de *feitelijke* opbrengsten:

$$l_{(t)} a_{(t,v_t)} = p_{y(t)} y_{(t,v_t)} \qquad (16)$$

In deze gelijkheid symboliseren $a_{(t,v_t)}$ de feitelijke bemanning en $y_{(t,v_t)}$ de feitelijke produktie van de marginale jaargang.

Beide afstootcondities leveren uiteraard dezelfde economische levensduur op als de feitelijke arbeidsproduktiviteit gelijk is aan de potentiële (technologisch bepaalde) arbeidsproduktiviteit:

$$\frac{y_{(t,v_t)}}{a_{(t,v_t)}} = \frac{y^*_{(t,v_t)}}{a^*_{(t,v_t)}}$$

ofwel

$$z_{(t,v_t)} = q_{(t,v_t)} \qquad (17)$$

Hierin symboliseren

$$z_{(t,v_t)} = \frac{a_{(t,v_t)}}{a^*_{(t,v_t)}}$$

de *bemanningsgraad* van het aantal arbeidsplaatsen en

$$q_{(t,v_t)} = \frac{y_{(t,v_t)}}{y^*_{(t,v_t)}}$$

de *bezettingsgraad* van de produktiecapaciteit. Voorwaarde (17) impliceert echter wel een continue (‘vlekkeloze’) aanpassing van de bemanning van de marginale jaargang aan wijzigingen in de produktie. Anders gezegd: de bemanningsgraad van het aantal arbeidsplaatsen dient in dit geval voortdurend en onmiddellijk te worden aangepast aan de bezettingsgraad van de produktiecapaciteit. Bij een daling van de bezettingsgraad zullen dan geen ovértollige arbeidskrachten in dienst worden gehouden. Er bestaat dan geen interne arbeidsreserve.

Een andere, wellicht meer realistische, hypothese is dat het ontslag van overtollige arbeidskrachten gekoppeld is aan de feitelijke liquidatie van de jaargang. Massale ontslagen worden immers meestal waargenomen bij het sluiten van bedrijven. De bemanningsgraad zal in dit geval structureel hoger zijn dan de bezettingsgraad. Dit idee kan worden geformaliseerd door in conditie (17) een aanpassingscoëfficiënt op te nemen die kleiner is dan één:

$$z_{(t,v_t)} = q^{\beta}_{(t,v_t)}$$

ofwel

$$\frac{a_{(t,v_t)}}{a^*_{(t,v_t)}} = \left[\frac{y_{(t,v_t)}}{y^*_{(t,v_t)}}\right]^{\beta}$$

ofwel

$$\frac{y_{(t,v_t)}}{a_{(t,v_t)}} = \frac{y^*_{(t,v_t)}}{a^*_{(t,v_t)}} q^{1-\beta}_{(t,v_t)} \qquad (18)$$

waarbij

$$0 \leq \beta \leq 1$$

De feitelijke arbeidsproduktiviteit is in dit geval dus gelijk aan de potentiële arbeidsproduktiviteit, gecorrigeerd voor een bezettingsgraadeffect. Hierdoor verschijnt de bezettingsgraad in de afstootconditie. Dit kan als volgt worden uitgewerkt. Substitutie van vergelijking (3) in (2) en van het resultaat in (18) geeft, rekening houdend met (16):

$$\frac{l_{(t)}}{p_{y(t)}} = \phi_{(0)} (1+\mu)^{\upsilon_t} q_{(t,\upsilon_t)}^{1-\beta} \tag{19}$$

Na het nemen van logaritmen en herordening van termen ontstaat dan de volgende uitdrukking voor de bepaling van het bouwjaar van de oudste in gebruik zijnde jaargang:

$$\upsilon_t = \frac{\ln l_t - \ln p_{y(t)} - \ln \phi_{(0)} - (1-\beta) \ln q_{(t,\upsilon_t)}}{\ln(1+\mu)} \tag{20}$$

Hieruit blijkt dat een daling van de bezettingsgraad tot extra liquidatie van marginale jaargangen leidt. Dit verband is sterker naarmate de interne arbeidsreserve groter is. In het uiterste geval, dat β de waarde nul aanneemt, wordt de marginale jaargang bij elk niveau van de bezettingsgraad volledig bemand. Een lage waarde van β duidt er dus op dat ondernemers bij een daling van de bezettingsgraad niet gemakkelijk zullen overgaan tot ontslag van overtollige arbeidskrachten bij instandhouding van de produktiecapaciteit. Het ontslag verloopt dan in hoofdzaak parallel met het liquideren van marginale jaargangen. De keerzijde van de medaille van een lage waarde van β is, dat ondernemers bij het aantrekken van de bezettingsgraad in hoge mate een beroep zullen doen op de bestaande interne arbeidsreserve. Meer effectieve vraag zal onder deze omstandigheden relatief weinig extra vraag naar arbeid oproepen.

Voor de meting van de omvang van de interne arbeidsreserve kan het jaargangenmodel (vooralsnog) niet worden gemist. Het nieuwe in het huidige macro-economisch denken is onder meer gebaseerd op de met behulp van het jaargangenmodel verkregen empirische bevinding dat de interne arbeidsreserve op *alle* jaargangen, dus niet alleen de marginale jaargangen, een belangrijke omvang kan hebben. *Ook* macro-economisch gezien past de bemanningsgraad - $z_{(t)}$ - zich dus onvolledig aan aan de bezettingsgraad $q_{(t)}$. Dit betekent dat aan de alternatieve afstootconditie niet meer gewicht dient te worden toegekend dan dat van een *verfijning* van de bekende macro-economische werkgelegenheidsfunctie, waarin het verband wordt gesteld tussen enerzijds de werkgelegenheid en anderzijds het aantal arbeidsplaatsen en de bezettingsgraad. De schatting van deze functie zal in het volgende hoofdstuk uitvoerig onder de aandacht worden gebracht. In het daarop volgende hoofdstuk (3) wordt een en ander verfijnd door rekening te houden met de hierboven besproken alternatieve afstootconditie.

APPENDIX 1.

COMPARATIEVE DYNAMICA VAN HET JAARGANGENMODEL

In de situatie van gelijkmatige groei nemen de variabelen van een economisch model met een constant percentage toe. Dit percentage kan eventueel gelijk zijn aan nul. Dit laatste wordt hier niet verondersteld. De groeivoet van de reële arbeidskosten (g_l) wordt verondersteld gelijk te zijn aan de groeivoet van de arbeidsbesparende technische ontwikkeling (μ). Ook de investeringen groeien in de situatie van gestadige groei met een vast perunage (g_i). Een en ander impliceert dat de economische levensduur in de loop van de tijd constant blijft. Ook de investeringsquote

$$\sigma_{(t)} = \frac{i_{(t)}}{y^*_{(t)}} \tag{1.1}$$

en de (potentiële) arbeidsinkomensquote

$$\lambda_{(t)} = \frac{l_{(t)} a^*_{(t)}}{p_{y(t)} y^*_{(t)}} = \frac{\dfrac{l_{(t)}}{p_{y(t)}}}{\dfrac{y^*_{(t)}}{a^*_{(t)}}} \tag{1.2}$$

zijn dan constante verhoudingsgetallen. Deze stellingen kunnen worden geverifieerd door de hierboven genoemde veronderstellingen in het model te incorporeren.

Afkapconditie (10) kan - rekening houdend met (6) - nu als volgt worden geschreven:

$$(1+g_l)\frac{l_{(t-1)}}{p_{y(t-1)}} = \phi_{(0)}(1+\mu)^{t-\theta_t}$$

Voor het jaar t - 1 geldt:

$$\frac{l_{(t-1)}}{p_{y(t-1)}} = \phi_{(0)}(1+\mu)^{t-1-\theta_{t-1}}$$

Na het nemen van logaritmen gaan beide uitdrukkingen over in

$$t-\theta_t = \frac{\ln(1+g_l)}{\ln(1+\mu)} + \frac{\ln l_{(t-1)} - \ln p_{y(t-1)} - \ln \phi_{(0)}}{\ln(1+\mu)} \tag{1.3}$$

en

$$t-1-\theta_{t-1} = \frac{\ln l_{(t-1)} - \ln p_{y(t-1)} - \ln \phi_{(0)}}{\ln(1+\mu)} \tag{1.4}$$

Het verschil tussen (1.3) en (1.4) luidt:

$$t-\theta_t - t + 1 + \theta_{t-1} = \frac{\ln(1+g_l)}{\ln(l+\mu)}$$

ofwel

$$\Delta\theta_t = \theta_t - \theta_{t-1} = 1 - \frac{\ln(1+g_t)}{\ln((1+\mu)} \tag{1.5}$$

Aan de hand van dit resultaat kan men inzien dat de economische levensduur constant is als de reële arbeidskosten even snel stijgen als de arbeidsbesparende technische ontwikkeling, d.w.z. als $g_l = g$. Tevens blijkt dat de economische levensduur korter wordt als $g_l > \mu$; de reële arbeidskosten stijgen dan sneller dan de technologisch bepaalde groei van de arbeidsproduktiviteit.

Bij een constante economische levensduur bestaat de kapitaalgoederenvoorraad in de loop van de tijd per definitie uit een gelijk aantal jaargangen. Deze voorraad is op peildatum *t*, zoals uit formule (14) blijkt, als volgt opgebouwd:

$$\frac{i_{(t-1)}}{(1+\delta)} + \frac{i_{(t-2)}}{(1+\delta)^2} + \ldots + \frac{i_{(t-\theta_t)}}{(1+\delta)^{\theta_t}}$$

Bij gelijkmatige groei bestaat het volgende verband tussen de investeringen, die in de loop van de tijd ter beschikking staan:

$$i_{(t-1)} = \frac{i_{(t)}}{(1+g_i)}, i_{(t-2)} = \frac{i_{(t)}}{(1+g_i)^2}, \ldots, i_{(t-\theta_t)} = \frac{i_{(t)}}{(1+g_i)^{\theta_t}}$$

Bovenstaande reeks kan gezien dit verband worden vereenvoudigd tot:

$$\frac{i_{(t)}}{(1+g_i)(1+\delta)}\left[1+\frac{1}{(1+g_i)(1+\delta)}+\ldots+\frac{1}{(1+g_i)^{\theta_t-1}(1+\delta)^{\theta_t-1}}\right]$$

Gebruik makend van de somformule van de eindig dalende meetkundige reeks is deze rij verder te vereenvoudigen tot

$$i_{(t)}\,A_{(t)}$$

Hierin is $A_{(t)}$ de korte schrijfwijze van

$$\frac{1-(1+\hat{g})^{-\theta_t}}{\hat{g}}, \text{ waarbij } (1+\hat{g})=(1+g_i)(1+\delta)$$

Deze vereenvoudigingen in acht nemend, gaat de relatie voor de produktiecapaciteit (14) over in

$$y^*_{(t)}=\frac{1}{\kappa}A_{(t)}i_{(t)} \tag{1.6}$$

De factor $A_{(t)}$ is constant als de economische levensduur niet verandert. Dit laatste is, zoals hierboven uiteengezet, het geval als $g_t = \mu$. Onder deze omstandigheden is de groeivoet van de produktiecapaciteit gelijk aan die van de investeringen. Het gevolg is verder dat ook de investeringsquote $\sigma_{(t)}$ in de loop van de tijd constant blijft.

Naar analogie van de hierboven geschetste procedure kan ook de relatie voor het aantal arbeids-plaatsen (15) worden vereenvoudigd. De term onder het sommatieteken kan als volgt worden uitgeschreven:

$$\frac{i_{(t-1)}}{(1+\delta)(1+\mu)^{t-1}}+\frac{i_{(t-2)}}{(1+\delta)^2(1+\mu)^{t-2}}+\ldots+\frac{i_{(t-\theta_t)}}{(1+\delta)^{\theta_t}(1+\mu)^{t-\theta_t}}$$

ofwel

$$\frac{i_{(0)}(1+g_i)^{t-1}}{(1+\delta)(1+\mu)^{t-1}}+\frac{i_{(0)}(1+g_i)^{t-2}}{(1+\delta)^2(1+\mu)^{t-2}}+\ldots+\frac{i_{(0)}(1+g_i)^{t-\theta_t}}{(1+\delta)^{\theta_t}(1+\mu)^{t-\theta_t}}$$

Hierin symboliseert $i_{(0)}$ de investering uit het referentiejaar, waar $\tau = 0$. Voor het speciale geval dat $g_i = \mu$ gaat deze reeks over in:

$$\frac{i_{(0)}}{(1+\delta)}\left[1+\frac{1}{(1+\delta)}+\ldots+\frac{1}{(1+\delta)^{\theta_t-1}}\right]$$

Gebruik makend van de somformule van de eindig dalende meetkundige reeks kan deze rij worden vereenvoudigd tot:

$$i_{(0)}\, B_{(t)}$$

Hierin is $B_{(t)}$ de korte schrijfwijze van

$$\frac{1-(1+\delta)^{-\theta_t}}{\delta}$$

Hiermee rekening houdend, gaat de relatie voor het aantal arbeidsplaatsen (15) over in

$$a^*_{(t)} = \frac{1}{\kappa}\frac{1}{\phi_{(0)}} B_{(t)} i_{(0)} \tag{1.7}$$

Ook de factor $B_{(t)}$ is constant als de economische levensduur niet verandert. Met vergelijking (1.7) is nu tevens gevonden dat het aantal arbeidsplaatsen in de loop van de tijd constant zal blijven als $g_l = g_i = \mu$, d.w.z. als de groeivoeten van de exogene variabelen van het jaargangenmodel gelijk zijn aan de groeivoet van de arbeidsbesparende technische ontwikkeling.

De factor $B_{(t)}$ in vergelijking (1.7) is een toenemende functie van de economische levensduur; de term $(1+\delta)^{-\theta_t}$ gaat immers naar nul als de levensduur naar oneindig gaat. Het aantal arbeidsplaatsen neemt dus toe als de levensduur - bij gegeven $i_{(0)}$ - langer wordt. En omgekeerd: het aantal arbeidsplaatsen wordt kleiner bij een verkorting van de economische levensduur.

De (potentiële) gemiddelde arbeidsproduktiviteit - $y^*_{(t)} / a^*_{(t)}$ -vormt, zoals nog zal blijken, een belangrijk verhoudingsgetal. Dit quotiënt volgt uit de relaties (1.6) en (1.7):

$$\frac{y^*_{(t)}}{a^*_{(t)}} = \phi_{(0)} \frac{A_{(t)}}{B_{(t)}} \frac{i_{(t)}}{i_{(0)}} \tag{1.8}$$

Deze uitdrukking kan nog verder worden vereenvoudigd door gebruik te maken van de veronderstelling, dat $g_i = \mu$. In dit geval geldt dat

$$i_{(t)} = (1 + \mu)^t\, i_{(0)}.$$

Verder volgt uit de vooronderstellingen van het model dat

$$\phi_{(t)} = (1 + \mu)^t\, \phi_{(0)}.$$

zodat relatie (1.8) nu als volgt kan worden geschreven:

$$\frac{y^*_{(t)}}{a^*_{(t)}} = \phi_{(t)} \frac{A_{(t)}}{B_{(t)}} \tag{1.9}$$

Deze vergelijking laat zien dat de gemiddelde arbeidsproduktiviteit - in het geval van een constante economische levensduur - alleen toeneemt met de technologisch bepaalde groei van de arbeidsproduktiviteit. Verder volgt uit deze relatie dat het verband tussen de economische levensduur en de gemiddelde arbeidsproduktiviteit negatief is. Een daling van de economische levensduur zal dus leiden tot een stijging van het niveau van de gemiddelde arbeidsproduktiviteit. Dit komt omdat bij een kortere levensduur alleen jaargangen met een relatief hoog niveau van de arbeidsproduktiviteit in gebruik zijn. Het gemiddelde is dus navenant hoger. Formeel gezien komt dit omdat de reciproke van de factor $B_{(t)}$ een dalende functie is van de economische levensduur. Deze legt een zwaarder gewicht in de schaal dan de factor $A_{(t)}$, die een positieve functie is van θ_t. (De limiet - voor θ_t is oneindig - van $A_{(t)}$ is $\hat{g}^{-1}$ en van $B_{(t)}$ is δ^1.)

Het valt nu niet moeilijk in te zien dat ook de arbeidsinkomensquote onder de gemaakte veronderstellingen constant blijft; zowel teller als noemer van vergelijking (12) groeien bij een constante economische levensduur immers met 100μ %. Formeel blijkt dat ook uit de volgende relatie:

$$\lambda_{(t)} = \frac{B_{(t)}C_{(t)}}{A_{(t)}} \tag{1.10}$$

Hierin is $C_{(t)}$ de korte schrijfwijze van $(1+\mu)^{-\theta_t}$. Deze uitdrukking werd gevonden door (10) en (1.8) in vergelijking (1.2) te substitueren, daarbij rekening houdend met (6) en $i_{(t)} = (1+\mu)^t i_{(0)}$. Bij een constante economische levensduur zijn alle factoren in het rechterlid van (1.10) eveneens een gegeven.

In het bovenstaande is de comparatieve dynamica van het jaargangenmodel als vanzelfsprekend naar voren gekomen. Telkens als het verband werd onderzocht tussen een `verandering' van de economische levensduur en de uitkomsten van het model was sprake van een vergelijking van paden van gelijkmatige groei. Deze vergelijking zal ter afsluiting van deze appendix nog eens worden toegelicht aan de hand van een cijfervoorbeeld. Voor dit doel zijn de formules voor de gestadige groei aangevuld met de in paragraaf 1.2. besproken empirische aspecten:

$$y^*_{(t)} = \frac{1}{\kappa} h^{\delta_1}_{(t)} A_{(t)} i_{(t)} \tag{1.6a}$$

$$a^*_{(t)} = (1+\gamma)\frac{1}{\kappa}\frac{1}{\phi_{(0)}} h^{\delta_1-\delta_2}_{(t)} B_{(t)} i_{(0)} \tag{1.7a}$$

$$\frac{y^*_{(t)}}{a^*_{(t)}} = \frac{1}{(1+\gamma)} h^{\delta_2}_{(t)} \phi_{(t)} \frac{A_{(t)}}{B_{(t)}} \tag{1.9a}$$

$$\lambda_{(t)} = (1+\gamma)\frac{B_{(t)} C_{(t)}}{A_{(t)}} \tag{1.10a}$$

Bij de constructie van het voorbeeld is gelet op de verhoudingen en de niveaus uit het begin van de jaren zeventig; de peildatum is ‘1970’. In ‘dat’ jaar gold bij benadering:

$i_{(t)}$ = 11,025 miljard gulden

$l_{(t)}$ = 15,000 duizend gulden

$p_{y(t)}$ = 1,0 gulden

$h_{(t)}$ = 0,90493028.

Verder is bekend dat

μ = 0,05

δ = 0,02

κ = 1,2

δ_1 = 0,5

δ_2 = 0,5

γ = 0,15992926

$\phi_{(0)}$ = 14,30227426

τ = 0 = 1948

Op grond van deze gegevens kan aan de hand van formule (12a) worden vastgesteld dat het bouwjaar van de oudste in gebruik zijnde jaargang 1950 is. De economische levensduur bedraagt op de gekozen peildatum derhalve 20 jaar.

Bij een evenwichtige opbouw van de kapitaalgoederenvoorraad, bijvoorbeeld volgens de veronderstelling dat $g_i = \mu$, resulteren verder de volgende uitkomsten:

$A_{(t)}$ = 10,51217158

$B_{(t)}$ = 16,35143334

$C_{(t)}$ = 0,37688948

$i_{(0)}$ = 3,76889483

$\phi_{(t)}$ = 41,83788139

$y^*_{(t)}$ = 91,875 miljard gulden

$a^*_{(t)}$ = 4,165 miljoen manjaren

$\sigma_{(t)}$ = 0,12

$\lambda_{(t)}$ = 0,68

De verhoudingen voor '1970' blijven verder bestaan als $g_l = \mu$ en de arbeidstijd niet verandert.

Een interessante kwestie betreft de vraag welk niveau de investeringen in '1970' zouden moeten aannemen om bij een andere hoogte van de reële arbeidskosten toch hetzelfde aantal arbeidsplaatsen van 4,165 miljoen manjaren op te leveren. Het antwoord is neergelegd in tabel 1.1. De eerste kolom bevat verschillende niveaus van de reële arbeidskosten. Deze zijn zodanig gekozen dat de economische levensduur telkens op een geheel getal uitkomt. De cijfers illustreren de hierboven besproken inzichten: bij een kortere levensduur horen een hogere investeringsquote, een hogere arbeidsinkomensquote en een hoger niveau van de gemiddelde arbeidsproduktiviteit. Het niveau van de investeringen per arbeidsplaats is bij een kortere levensduur eveneens hoger.

Tabel 1.1. Uitkomsten van het jaargangenmodel voor verschillende niveaus van de reële arbeidskosten.*

l/p_y	θ	σ	λ	y^*/a^*	i/a^*	i
2	60	0,09	0,16	14	1	5
3	50	0,09	0,23	15	2	6
6	40	0,10	0,34	17	2	7
9	30	0,10	0,49	19	2	8
10	29	0,10	0,51	19	2	8
10	28	0,10	0,52	19	2	8
11	27	0,11	0,54	20	2	9
11	26	0,11	0,56	20	2	9
12	25	0,11	0,58	20	2	9
12	24	0,11	0,60	21	2	9
13	23	0,11	0,62	21	2	10
14	22	0,11	0,64	21	2	10
14	21	0,12	0,66	22	3	11
15	20	0,12	0,68	22	3	11
16	19	0,12	0,70	22	3	11
17	18	0,13	0,72	23	3	12
17	17	0,13	0,75	23	3	13
18	16	0,13	0,77	24	3	13
19	15	0,14	0,79	24	3	14
20	14	0,15	0,82	25	4	15
21	13	0,15	0,84	25	4	16
22	12	0,16	0,86	26	4	17
23	11	0,17	0,89	26	4	18
24	10	0,18	0,91	27	5	20
26	9	0,19	0,94	27	5	22
27	8	0,21	0,97	28	6	25
28	7	0,23	0,99	28	7	28
30	6	0,27	1,02	29	8	32
31	5	0,31	1,05	30	9	38
33	4	0,37	1,08	30	11	47

* Alle getallen, behalve die voor de economische levensduur, zijn afgerond.