Tilburg University

Investeren en onzekerheid

Verheyen, P.A.

Publication date:
1970

[Link to publication in Tilburg University Research Portal](#)

Citation for published version (APA):

Verheyen, P. A. (1970). *Investeren en onzekerheid*. (EIT Research memorandum / Tilburg Institute of Economics; Vol. 7). Unknown Publisher.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

CBM

76 R.6

1976267

1970

7

EIT

7

Bestemming

TIJDSCHRIFTENBUREAU

BIBLIOTHEEK

KATHOLIEKE

HOGESCHOOL

TILBURG

Nr.

P. A. Verheyen

Investeren en onzekerheid

R33

T uncertainty
T investment

ECONOMISCH INSTITUUT TILBURG

AFDELING BEDRIJFSECONOMETRIE

Investeren en onzekerheid

door P. A. VERHEYEN *

S. 182331

M. ~~65-01-11-1~~ / ~~EC-1424~~

C.

COMP

R 41
(ECO)

Summary *Investment and uncertainty*

After a few introductory remarks about the necessity of uniform definitions about plan horizon, returns, expenses, interest factor etc. for all investment alternatives and the necessity of an also uniform way of prediction, several models on investment analysis which are known from literature are briefly discussed. For simplicity there is only one decision variable (i.e. capacity); the variables influencing it are called exogeneous variables. These exogeneous variables may be deterministic and then one has to maximize the sum of the discounted cash flows from each project where different levels of investment into a project are supposed to exclude each other. The maximization may be subject to restrictions or not. If the exogeneous variables are stochastic one has to maximize the expected utility, mostly defined by the expected value and the variance of the discounted cash flows. The way to carry this out is simulation. Also portfolio analysis may be used, but there are some objections against this method, which are discussed.

1. Inleiding

In dit artikel wordt een zeer globaal overzicht gegeven van de theorie over investeren onder onzekerheid. Het is een weergave van mijn voordracht op de Statistische Dag van 25 maart 1969.**

In mijn voordracht heb ik gekozen voor een korte beschrijving van de bestaande modellen, om elk van de aanwezigen een inzicht te geven in de voor de specialisten bekende literatuur. Ik heb geprobeerd controversiële punten zoveel mogelijk te vermijden, hoewel het natuurlijk noodzakelijk is nu en dan een standpunt in te nemen.

Voordat de verschillende modellen besproken kunnen worden, is het nodig enkele inleidende opmerkingen te maken over investeren, het beslissingscriterium, de soorten variabelen van het model en het meten en voorspellen.

Onder „investeren” kan men vele bedrijfshandelingen plaatsen. Zo kan men bij een zeer ruime definitie onder investeren o.a. verstaan het vastleggen van koopkracht in research-projecten, in marktontwikkeling, in voorraden, in debiteuren, in machines, in gebouwen enz. Voor het vervolg wilde ik een vrij enge definitie van investeren hanteren, nl.:

Het vastleggen van koopkracht voor een zekere tijd ten behoeve van het productieproces in bepaalde duurzame activa en de daaraan inherente vlottende activa [13]. Investeringsen, welke louter door overheidsvoorschriften over luchtverontreiniging, brandgevaar, hygiëne en dergelijke worden opgelegd, blijven hierbij buiten beschouwing. Tevens zal ik mij in het navolgende beperken tot investeringen door productiebedrijven in de particuliere sector.

* Katholieke Hogeschool te Tilburg. De schrijver dankt Drs. TH. BEMELMANS en Drs. W. VAN HULST voor hun medewerking.

** De titel van de voordracht op de Statistische Dag 1969 was: „Investeringsmodel voor bedrijven met stochastische variabelen”.

De verschillende investeringsalternatieven moeten worden beoordeeld met behulp van een beslissingscriterium. Het criterium dat het meest op de voorgrond treedt, is dat van de kapitaalwaarde d.w.z. de som van de tegen een bepaalde rentevoet gediscoteerde kasstromen [12]. De rentevoet kan dan de tijdspreferentie weergeven, welke men zichzelf voor het marginale project oplegt. De rentevoet wordt dan bepaald door alternatieve aanwendingsmogelijkheden van de vereiste middelen, nu of later, in het bedrijf of elders. Een andere mogelijkheid is, dat de rentevoet de tijdspreferentie weergeeft welke door anderen wordt opgelegd. In dit geval wordt hij bepaald door de historische of toekomstige renteverplichtingen.

In een model kan men twee soorten variabelen onderscheiden, nl. beslissingsvariabelen en exogene variabelen.

Beslissingsvariabelen zijn die grootheden, waarover een beslissing genomen moet worden. Men denke hierbij aan de mogelijke grootte van de capaciteit, afzetpolitiek, werkgelegenheid, het opbouwen van een evenwichtig technisch productie-apparaat enz. In mijn verdere betoog neem ik voor de eenvoud aan, dat alleen de capaciteit beslissingsvariabele is, dus dat de verschillende investeringsalternatieven gevormd worden door verschillende grootten van de capaciteit.

Onder *exogene variabelen* worden in dit betoog die variabelen verstaan, die van de investeringsbeslissing afhankelijk zijn zoals het aantal werknemers en de hoeveelheid grondstoffen, en variabelen waarop door deze beslissing geen invloed wordt uitgeoefend, zoals loon- en prijsniveau.

Heeft men eenmaal de relevante variabelen gedefinieerd, dan kan men een model opbouwen. In dit model staat meestal de kapitaalwaarde centraal. De kapitaalwaarde is een functie van de beslissingsvariabele en de exogene variabelen.

Als men uit verschillende beslissingsalternatieven het optimale alternatief moet kiezen – het niet investeren is dan een van de alternatieven – dan zal men deze alternatieven eerst op dezelfde manier en over dezelfde tijdsperiode (de tijdshorizon) moeten meten. In de moderne literatuur wordt gesteld, dat deze meting moet geschieden op basis van de cash flow, d.w.z. met behulp van uitgaven en inkomsten, welke met het project samenhangen. Het is daarom nodig, dat men voor alle onderdelen van de cash flow, met andere woorden voor alle soorten uitgaven en inkomsten, prognoses maakt. Men moet dus voor elk investeringsalternatief binnen de gekozen tijdshorizon een voorspelling maken van de inkomsten – met behulp van een raming van afzet en prijzen – van de lonen, uitgaven voor onderhoud, energie en materiaal, de investeringsbedragen, de belastingen etc.

De selecterende waarde van de verkregen uitkomsten is in hoge mate afhankelijk van de uniformiteit, waarmee de bestanddelen van inkomsten en uitgaven voor de onderscheiden projecten worden vastgesteld. De gedragslijn voor het vaststellen van deze grootheden dient derhalve in eenzelfde bedrijf voor alle projecten gelijk te zijn, hetgeen wil zeggen, dat deze calculatiewaarden op dezelfde uitgangspunten moeten zijn gebaseerd. Men denke hierbij aan:

- de toegerekende aandelen in investeringen voor algemene voorzieningen,
- de geraamde toekomstige loonontwikkeling,
- de geraamde prijsontwikkeling van produkten, soortgelijk aan die, welke met behulp van de geplande investering worden geproduceerd,
- de fiscale faciliteiten voor investering en winstbepaling,
- het tijdstip waarop de uitgaven en ontvangsten in de berekening worden opgenomen.

De uitgangspunten voor de calculatiewaarden dienen dan ook expliciet en zo mogelijk gemotiveerd in vaste richtlijnen tot uiting te komen, waarbij een aansluiting met de uitgangspunten van een bestaande lange-termijnraming de voorkeur verdient. Men dient er voor te zorgen, dat bij de berekening van de kapitaalwaarden subjectieve definities en waardeoordelen van de beslissingsvoorbereider geen rol spelen. Tevens dienen hoge eisen te worden gesteld aan de nauwkeurigheid, waarmee de calculatiewaarden worden vastgesteld. Bedacht dient te worden, dat ogenschijnlijk slechts geringe afwijkingen van de geschatte levensduren, de aanlooptijden, de omvang van de gecalculeerde bedragen en ook van de tijdstippen waarvoor deze worden geraamd, tot minder juiste conclusies kunnen leiden, omdat deze afwijkingen een verschillende invloed kunnen hebben op de onderscheiden kapitaalwaarden.

Over het andere aspect, nl. de methode van de voorspelling, zou ik willen opmerken, dat hierbij a posteriori- en a priori-informatie worden gecombineerd. Enerzijds zal men de voorspelling kunnen baseren op gegevens uit het verleden, anderzijds zal men vaak (met name voor nieuwe projecten op basis van nieuwe procédé's en voor nieuwe markten) moeten terugvallen op de intuïtie en de visie van de ter zake kundigen.

Na deze inleidende opmerkingen kan het model worden weergegeven. Uiteraard is dit model verschillend, naargelang de aard van de investeringsbeslissing. Voor het verdere betoog heb ik de volgende indeling gehanteerd:

- het model voor één investeringsproject met deterministische exogene variabelen (2);
- het model voor één investeringsproject met stochastische exogene variabelen (3);
- het model voor meerdere projecten met deterministische exogene variabelen (4);
- het model voor meerdere projecten met stochastische exogene variabelen (5);
- enkele kanttekeningen (6).

2. Het model voor een investeringsproject met deterministische exogene variabelen

In dit model kan men voor elk alternatief, d.w.z. voor de verschillende grootten van de productiecapaciteit, de ingaande en uitgaande geldstroom exact voorspellen. Men berekent de kapitaalwaarde als de contante waarde van de netto kasstromen. De uitkomsten van een in bijlage I opgenomen cijfervoorbeeld zijn gegeven in tabel 1.

Daar er sprake is van één project met als beslissingsvariabele de te bouwen capaciteit, en de alternatieven elkaar uitsluiten, wordt het alternatief met de hoogste kapitaalwaarde gekozen. In het cijfervoorbeeld is dit het alternatief: 10.000 ton.

Tabel 1. De kapitaalwaarde voor de alternatieven van één project ($\times f1.000,-$)

grootte van de capaciteit	kapitaalwaarde
10.000 ton per jaar	3.270
9.500 ton per jaar	3.213
9.000 ton per jaar	3.155
8.500 ton per jaar	2.915
8.000 ton per jaar	2.674

Men kan stellen, dat men bij de selectie van meerdere alternatieven voor één project de cash flows per periode bepaalt en deze cash flows met behulp van een disconteringsfactor terugbrengt tot een kapitaalwaarde. De meetlat is de cash flow, de kapitaalwaarde is het selectie criterium.

3. Het model voor één investeringsproject met stochastische exogene variabelen

In het model van paragraaf 2 is de analyse gebaseerd op één waarde voor de verschillende exogene variabelen. Het gevolg is dat voor elk jaar binnen de tijdshorizon één uitkomst van de netto kasstroom resulteert (tabel I.3) en dus ook voor elk alternatief één kapitaalwaarde (tabel 1). Toch is het duidelijk, dat de variabelen welke de cash flow bepalen, zoals afzet, prijs, loonontwikkeling, arbeidsproductiviteit, hoeveelheid reserve-onderdelen etc. voor een bepaalde toekomstige periode niet eenduidig vastliggen, maar onderworpen zijn aan onzekerheid.

De vraag is nu, hoe men deze onzekerheid in het model moet opnemen. In de praktijk zoekt men wel verdere informatie bij andere beslissingscriteria, bijvoorbeeld de terugverdientijd. Men zou ook de invloed op de kapitaalwaarde kunnen meten van een bepaalde verandering van één exogene variabele.

Het is echter beter om het onzekerheidsaspect expliciet in de analyse te betrekken en aan de waarde van elke exogene variabele een bepaalde waarschijnlijkheid toe te kennen (zie bijlage II). Men moet dan wel bereid zijn de waarschijnlijkheid als subjectieve, als personalistische waarschijnlijkheid te aanvaarden [7]. Men zal immers de kans op een bepaalde waarde meestal niet kunnen afleiden uit historische of experimentele gegevens, maar deze kans alleen kunnen definiëren als een maatstaf voor het vertrouwen in een bepaalde uitspraak [11]. Mogelijk kan men de a priori-informatie van de specialist omtrent de mogelijke waarde aanvullen met de aanwezige a posteriori-informatie uit de data van het verleden. Als men de kansverdeling van de exogene variabelen heeft gedefinieerd, kan men voor de verschillende beslissingsmogelijkheden binnen het project met behulp van simulatie de verdeling van de kapitaalwaarde bepalen. Opgemerkt zij dat ik simulatie voorsta, omdat een analytische berekening grote, meestal onoverkomelijke moeilijkheden oplevert.

Bij de simulatie, d.w.z. de berekening van de mogelijke uitkomsten van het model, rekening houdend met de kansverdelingen van de exogene variabelen, moet men de volgende stappen onderscheiden:

- bepaling van het beslissingscriterium; tot nu toe was dit de som van de contante waarden van de cash flows (kapitaalwaarde);
 - definiëring van de relevante variabelen en bepaling van de kansverdelingen van de exogene variabelen;
 - bepaling van de relevante vergelijking van het model, d.w.z. bepaling van het verband tussen de kapitaalwaarde, de beslissingsvariabele en de exogene variabelen;
 - eventuele programmering van het model en berekening met behulp van de computer.
- Door simulatie is voor elk investeringsalternatief de verdeling van de kapitaalwaarde bekend (zie bijlage II) en tevens de verwachtingswaarde en variantie behorende bij deze verdeling.

Om uit de alternatieven het optimale te kiezen, kan men niet volstaan met het vergelijken van de verwachte kapitaalwaarden, omdat men dan de varianties van die kapitaalwaarden verwaarloost. Deze varianties zijn belangrijk, omdat elke uitkomst steeds wordt vergeleken met het alternatief „niet investeren” met als exacte kapitaalwaarde nul.

In de beslissingstheorie is een mogelijkheid gegeven om in dit geval een selectie te maken nl. met behulp van de nutsstheorie [14]. Men definieert dan een nutsfunctie, waarbij het nut afhankelijk is van de berekende verwachtingswaarde en de variantie van de kapitaalwaarde [16]. Voor de verklaring van deze nutsfunctie kan men zich enerzijds beroepen op de klassieke theorie van het afnemend grensnut en anderzijds op de moderne risicostheorie [1]. Voor een risicomijder bijvoorbeeld, is het alternatief waarbij een grote kans bestaat op negatieve waarden, minder verantwoord dan het alternatief met alleen positieve uitkomsten, waarbij we ervan uitgaan dat beide alternatieven een gelijke verwachte kapitaalwaarde hebben.

In bijlage II is voor een van de alternatieven (capaciteit van 10.000 ton) de berekening gegeven en is tevens een nutsfunctie gedefinieerd. Voert men voor de andere mogelijkheden dezelfde berekening uit, dan kan men de volgende tabel samenstellen.

Tabel 2. Verwachtingswaarde, $E(K)$ en variantie, $V(K)$ van de kapitaalwaarde en verwacht nut, $E(U)$ bij verschillende capaciteiten

capaciteit (ton per jaar)	$E(K)$ ($\times f1.000$)	$V(K)$ ($\times f1.000^2$)	$E(U)$
11.000	2.154	4.610.288	0,4717
10.000	2.789	4.194.872	0,5224
9.000	2.981	4.128.292	0,5371
8.000	2.592	3.596.636	0,5089
7.000	1.799	2.929.287	0,4662
6.000	849	2.276.216	0,3695
5.000	-706	1.469.450	0,2298
0	0	0	0,3000

Als men, zoals in dit model wordt verondersteld, het verwachte nut maximaliseert, kiest men bij de gegeven risicohouding voor een productiecapaciteit van 9.000 ton. Dit zelfde resultaat kan men ook aflezen in de volgende grafiek.

Grafiek 1. Verband tussen verwachtingswaarde en variantie van de kapitaalwaarde met isonutscurven *

Ik mag opmerken, dat men in het model met stochastische exogene variabelen twee subjectieve elementen heeft geïntroduceerd, nl. de subjectieve waarschijnlijkheid en de risicohouding. Het tweede subjectieve element geldt alleen voor één bepaalde persoon – voor deze manager, voor dit bedrijf – in deze bepaalde situatie. In andere situaties en voor andere personen kunnen andere nutsfuncties gelden.

4. Het model voor meerdere projecten met deterministische exogene variabelen

Eenvoudigheids halve zal in deze paragraaf aansluiting worden gezocht bij het model van paragraaf 2, d.w.z. bij een model met volledig gedetermineerde exogene variabelen, welke dus exact voorspelbaar zijn. Het model zal worden uitgebreid tot meerdere

* De kromming van de isonutscurven is enigszins overdreven voorgesteld.

investeringsprojecten, waarbij elk van deze projecten een of meerdere beslissingsmogelijkheden kent.

In de meest gehanteerde modellen beslist men ook in dit probleem met behulp van de kapitaalwaarde, met andere woorden men kiest binnen elk project het alternatief met de hoogste kapitaalwaarde en voert bij een positieve kapitaalwaarde deze alternatieven uit. Men veronderstelt steeds, dat alleen alternatieven van eenzelfde project elkaar uitsluiten.

De analyse wordt meer verfijnd als men de som van de kapitaalwaarden van alle projecten maximaliseert, waarbij men randvoorwaarden in het model opneemt. De beperkende voorwaarden kunnen dan een lagere uitkomst veroorzaken dan die welke men zonder deze grenzen zou verkrijgen. De meest genoemde voorwaarde heeft betrekking op de liquiditeit. De beschikbaarheid van financieringsmiddelen kan de te realiseren kapitaalwaarde beperken.

In andere modellen wordt het te investeren bedrag aan een minimum of maximum gebonden of worden bedrijfs- of markttechnische voorwaarden opgenomen, zoals de capaciteit van de bij de uitvoering betrokken afdelingen (octrooi-afdeling, tekenkamer, constructiebureau etc.), de maximale of minimale afzetmogelijkheden of het aantal beschikbare verkooppunten.

Het model krijgt nog meer realiteitswaarde, als men in de doelfunctie niet alleen de kapitaalwaarde van cash flows van de investeringsprojecten, maar ook van cash flows van financieringsmiddelen opneemt [2]. De cash flows van financieringsmiddelen bestaan uit de aangetrokken financieringsmiddelen, de rente of dividenduitkeringen en de aflossingen. In dit programmeringsmodel bestaat de doelstellingsfunctie uit de te maximaliseren totale kapitaalwaarde. De totale kapitaalwaarde is de contante waarde van de totale ingaande geldstroom, nu o.a. gevormd door de ontvangsten uit de afzet en de aangetrokken financieringsmiddelen en van de totale uitgaande geldstroom, ten gevolge van uitgaven voor lonen, materiaal en grondstoffen en van de rente- en aflossingsverplichtingen. De randvoorwaarden van het model kunnen dan van commerciële, technische en financiële aard zijn.

5. Het model voor meerdere projecten met stochastische variabelen

In het model voor één investeringsproject met stochastische variabelen van paragraaf 4 bleek, dat het met behulp van simulatie mogelijk is de verwachtingswaarde en de variantie van de kapitaalwaarde voor de verschillende beslissingsalternatieven te berekenen. Als men meerdere projecten tegelijk wil evalueren, kan men deze waarden voor alle mogelijke combinaties van de projecten berekenen. Rekening houdend met de verwachtingswaarden en de varianties van de kapitaalwaarden en de covarianties tussen de kapitaalwaarden, is dan voor elk projectalternatief of voor elke mogelijke combinatie van alternatieven de verwachtingswaarde en de variantie van de kapitaalwaarde te berekenen [17]. Als men deze grootheden afzet in een diagram met op de ene as de verwachte kapitaalwaarde en op de andere as de variantie, ontstaat een verzameling van alle mogelijke uitkomsten (grafiek 2).

Grafiek 2. De verwachtingswaarde, $E(K)$ en de variantie, $V(K)$ van de kapitaalwaarde van alle mogelijke combinaties van projecten

Als men geen rekening houdt met nevenvoorwaarden, kan men uitgaande van een gegeven risicohouding, verschillende uitkomsten voor de verdere analyse uitsluiten.

Voor een risicomijder bijvoorbeeld zal een alternatief met een hogere variantie (B, grafiek 2) dan een ander alternatief (A, grafiek 2) maar met dezelfde verwachte kapitaalwaarde, nooit efficiënt zijn. Bij eenzelfde variantie en verschillende verwachtingswaarden, is het alternatief met een lagere verwachtingswaarde steeds inefficiënt ten opzichte van dat met een hogere waarde (grafiek 2, zie B en C). Op deze manier kan men het aantal mogelijke alternatieven bij voorbaat terugbrengen tot een kleiner aantal efficiënte alternatieven, hetgeen het vinden van een investeringsoptimum aanzienlijk kan versnellen. Wil men het verwachte nut maximaliseren, dan zal men dat alternatief of die combinatie van alternatieven kiezen waarbij het verwachte nut maximaal is (D, grafiek 2).

In het model voor meerdere projecten met deterministische exogene variabelen is gesteld dat men tot een meer verfijnde oplossing komt, indien men de kapitaalwaarde maximaliseert onder bepaalde nevenvoorwaarden. In het stochastische model is het doel niet de maximalisatie van de verwachte kapitaalwaarde, maar het maximaliseren van het verwachte nut. Uiteraard kan men hierbij niet meer als eis stellen dat aan stochastische randvoorwaarden altijd moet worden voldaan [3]. Wel kan men stellen, dat de kans om aan deze voorwaarden te voldoen, groter moet zijn dan een bepaalde waarde, bijvoorbeeld: de kans op voldoende liquide middelen moet groter zijn dan

0,95. Men kan dus een model opstellen, waarbij men de verwachte kapitaalwaarde of het verwachte nut maximaliseert onder bepaalde nevenvoorwaarden.

6. Enkele kanttekeningen

Na het voorafgaande blijven nog enkele vraagpunten over, welke ik nu in het kort zou willen aanstippen.

a. De practicus zal zich afvragen: „Hoe kan ik in de praktijk deze modellen gebruiken en hoe moet ik met de realisatie een begin maken?” Ik geloof dat het toepassen van meer verfijnde theorieën pas zinvol wordt, als tevoren uitdrukkelijk is gewaarborgd dat in het model steeds dezelfde definities en berekeningsprocedures voor de variabelen worden gehanteerd. In paragraaf 1 werd reeds op deze problemen van meten en voorspellen gewezen. Zo lang er in hetzelfde bedrijf bij de investeringsselectie grote verschillen bestaan in de gehanteerde definities van loonkosten of bij de voorspelling van de loonontwikkeling, de toerekening van de algemene kosten, de kosten van technische verbetering en onderhoud etc. is elke analyse, hoe verfijnd ook, volmaakt zinloos. Daarom geldt voor de practicus, dat hij zich beter eerst kan richten op het definiëren van begrippen en het geven van calculatierichtlijnen, waarbij de uitgangspunten exact en correct worden geformuleerd, dan op econometrisch meer verfijnde analysemethoden. Dan steunen de later toegepaste modellen ook op goede gegevens.

b. Een ander probleem dat zich bij de investeringsanalyse voordoet, is de keuze van een juist selectiecriterium. Men kan zich de vraag stellen of men in een stochastisch model het verwachte nut moet berekenen op basis van de kapitaalwaarde. Men redeneert dan bij de investeringsanalyse met stochastische variabelen impliciet als volgt:

- men bepaalt het beslissingscriterium voor modellen met deterministische grootheden;
- men geeft een model met stochastische exogene variabelen;
- men past het gevonden criterium, getransformeerd tot verwacht nut, toe in een stochastisch model.

Men kan dan de vraag stellen of dit verwachte nut een goed selectiecriterium is.

Er is in de literatuur nog geen uitvoerige analyse gegeven van selectiecriteria in investeringsmodellen met stochastische exogene variabelen. Wel bestaat er een tendens om niet meer één, maar meerdere beslissingscriteria te berekenen, waarbij men dan aan de beslisser overlaat, welke beslissingscriteria hij doeltreffend acht voor de beslissing. Aldus krijgt het beslissingscriterium veel meer de intonatie van informatie-criterium [9].

c. In de behandelde modellen speelt de variantie een grote rol. Als bedrijfseconoom kan men dan gaan denken aan de vertaling van deze spreidingsmaatstaf in de bedrijfseconomische eis van continuïteit van de onderneming. In feite wil men nl.

bepaalde risico's van negatieve kapitaalwaarden uitsluiten, omdat de continuïteit van de onderneming in gevaar komt, als gedurende lange perioden negatieve resultaten optreden. Uitgaande van de eis van continuïteit en de positie van de onderneming zal men de risicogeneïdheid van de beslisser moeten evalueren.

Men zou verwachten dat een onderneming met een sterke positie zich bij de keuze uit projecten meer zal richten op de maximalisatie van de verwachte opbrengst en dus eerder risico zal accepteren, terwijl bedrijven met een zwakke marktpositie gunstige perspectieven moeten afwijzen omdat bij ongunstige afloop de uitkomsten catastrofaal kunnen zijn [6]. Toch blijkt vaak, dat juist de grote bedrijven zich bij voorkeur risicomijdend opstellen, terwijl daarentegen kleine bedrijven grote risico's moeten nemen om niet ten onder te gaan in de concurrentiestrijd [5].

Samenvattend kan men stellen dat men met behulp van de variantie en de nutsfunctie de risicogeneïdheid van de ondernemer tracht te evalueren, er van uitgaande, dat in de risicogeneïdheid tevens de continuïteitsvoorwaarde verdisconteerd is.

d. Ik wil nu enkele kanttekeningen maken bij de in de literatuur voorkomende portfolio-analyse, die dan toegepast wordt op investeringsbeslissingen [10], [15]. In de paragrafen 3 en 5 werd uitgegaan van een of meerdere projecten, waarbij elk van die projecten weer een of meerdere alternatieven kende met de te bouwen capaciteit als beslissingsvariabele. Uitgaande van één project met meerdere alternatieven kan men voor elk alternatief de verwachte kapitaalwaarde en de variantie berekenen, in geval van stochastische exogene variabelen.

Zowel variantie als verwachtingswaarde kan men dus weergeven als een functie van de capaciteit. Deze functies zullen bij benadering een continu verloop hebben, indien men over zeer veel alternatieven beschikt. Omdat zowel de verwachte kapitaalwaarde als de variantie functies zijn van dezelfde grootte, kan men de variantie uitdrukken als functie van de verwachte kapitaalwaarde. Deze laatste functie kan men nu voor elk project opstellen.

De portfolio-analyse bepaalt nu uit alle mogelijke uitkomsten die investeringsmogelijkheden, die – gegeven de risicohouding van de beslisser – efficiënt zijn. We zagen reeds, dat voor een risicomijder een alternatief of een combinatie van alternatieven waarbij de variantie groter is dan de variantie bij een ander alternatief, inefficiënt is, indien beide mogelijkheden een gelijke verwachte kapitaalwaarde hebben.

Het zal duidelijk zijn, dat aldus een kromme ontstaat, die men de efficiënte-portfolio-lijn kan noemen. De op deze manier verkregen efficiënte-portfolio-lijn is dan een verzameling van alle alternatieven of combinaties van alternatieven, waarvoor geldt dat voor een gegeven verwachte kapitaalwaarde, de variantie minimaal is, indien men uitgaat van een risicomijder.

Als bezwaar tegen deze portfolioselectie kan men opvoeren dat men uitgaat van veel investeringsalternatieven. In de praktijk zal men slechts over een beperkt aantal keuzemogelijkheden beschikken, zodat men het optimale investeringsprogramma beter via een discreet programmeringsmodel kan bepalen [8].

e. Tot nu toe hebben we slechts de capaciteit als beslissingsvariabele gehanteerd.

Uiteraard kan men meerdere beslissingsvariabelen invoeren, zoals afzetpolitiek, werkgelegenheid etc. Een belangrijke beslissingsvariabele echter is het tijdstip waarop een investering wordt doorgevoerd. In de modellen die we voorheen bespraken, gingen we uit van een planperiode waarin slechts op één tijdstip sprake was van investeringsmogelijkheden.

Een betere benadering dan deze statische investeringsanalyse verkrijgt men door uit te gaan van een planperiode die meerdere beslissingsmomenten kent. De keuze tussen wel of niet investeren staat dan niet meer centraal, maar de nadruk valt dan op het moment van investeren: zal de investering nu of later uitgevoerd worden, kan men via revisie de bestaande installatie aanpassen of moet men tot vervanging overgaan. Wel is het noodzakelijk deze investeringsanalyse te laten aansluiten op een eventuele bestaande lange-termijnplanning.

f. Tenslotte kan men zich als theoreticus de vraag stellen of de totale investeringsanalyse niet moet worden opgenomen in een totaalmodel. Men zou nl. willen beschikken over een totaal bedrijfseconometrisch model, om van daaruit een investeringsprogramma te beoordelen. Als men zo'n model heeft opgebouwd, kan men de totale investeringsanalyse in een breder raam plaatsen. De enge concentratie van de aandacht op de investeringsanalyse en de financiering van investeringen levert grote gevaren op, met name omdat men dan bij de uitbouw van de theorie met behulp van de stochastische modellen teveel nadruk legt op de wiskundige uitwerkingen en te weinig let op de bedrijfseconomische implicaties. Als men uitgaat van bedrijfseconomische criteria, zoals winst en continuïteit, kan men de integrale analyse meer verantwoord opbouwen.

Dit totaal bedrijfseconometrisch model, waarin o.a. de investeringen zijn opgenomen, is slechts een onderdeel van het bedrijfsstrategische plan. Bij elk investeringsprobleem wordt nl. de evaluatie van de alternatieven en de keuze van het optimale alternatief voorafgegaan door het stellen van het beslissingsprobleem en het formuleren van de mogelijke strategieën. Bij deze formulering van de mogelijke strategieën speelt de onzekerheid reeds een rol. Zo is het mogelijk dat men bepaalde alternatieven vergeet of dat men door realisering van een berekend optimaal plan verschillende zeer attractieve, maar onbekende projecten van morgen onmogelijk maakt. Deze gedeeltelijke onwetendheid komt in de theorie van de bedrijfsstrategie aan de orde [4].

BIJLAGE I. Een cijfervoorbeeld bij paragraaf 2

Een bedrijf heeft de volgende prognose voor de afzet van produkt A:

Tabel I.1. De verwachte afzet- en prijsontwikkeling

jaar	1	2	3	4 t/m 10
Afzet per jaar (tonnen)	6.000	7.500	9.000	10.000
Prijs per kg (guldens)	1,75	1,50	1,25	1,—
Omzet in 1000 guldens	10.500	11.250	11.250	10.000

Men kan deze afzet realiseren, als men een produktiecapaciteit van 10.000 ton bouwt. Gezien de afzet in de jaren 1 t/m 3 kan de vraag gesteld worden of een lagere capaciteit niet voordeliger is dan een capaciteit van 10.000 ton. Gegeven deze overwegingen wordt nu de opdracht aan de beslissingsvoorbereider: Bereken de kapitaalwaarden van de investeringen in een capaciteit van 10.000, 9.500, 9.000, 8.500 en 8.000 ton per jaar. De gegevens zijn:

- omzet: zie tabel I.1, met dien verstande, dat de gerealiseerde afzet nooit groter kan zijn dan de capaciteit;
- investeringsuitgaven voor vaste activa. De bouw van de installatie neemt twee jaar in beslag (jaar -1 en jaar 0) en de levensduur van het project wordt geraamd op 10 jaar, gerekend vanaf het jaar 0 (tabel I.2).

Tabel I.2. Investeringsuitgaven en restwaarde ($\times f 1.000,—$)

capaciteit	investeringsuitgaven		restwaarde na 10 jaar
	jaar -1	jaar 0	
10.000 ton	9.750	11.250	3.040
9.500 ton	9.506	10.694	2.888
9.000 ton	9.262	10.138	2.736
8.500 ton	9.019	9.581	2.584
8.000 ton	8.775	9.025	2.432

Tabel I.3. De kasstroomgegevens voor een produktiecapaciteit van 10.000 ton A ($\times f 1.000,—$) *

omschrijving	-1	0	1	2	3
a. omzet			10.500,0	11.250,0	11.250,0
b. investeringen	-9.750,0	-11.250,0			
c. lonen			- 1.442,4	- 1.695,0	- 1.966,7
d. uitgaven voor produktie			- 360,0	- 450,0	- 540,0
e. reparatie-uitgaven			- 1.062,5	- 1.062,5	- 1.062,5
f. additionele overheads			- 875,0	- 875,0	- 875,0
g. werkkapitaal			- 1.846,6	- 264,2	- 270,6
h. belastingen	776,7	1.458,2	- 2.471,8	- 2.663,1	- 2.493,2
Net cash flows	-8.973,3	- 9.791,8	2.441,7	4.240,2	4.042,0

* + = ingaande geldstroom

- = uitgaande geldstroom

De bedragen worden geacht te zijn ontvangen (uitgegeven) aan het einde van het jaar.

- c. De uitgaven voor lonen zijn voor een gedeelte vast (bedieningslonen), voor de rest variabel (variabele lonen). De bedieningslonen bedragen, uitgedrukt in bedragen van het basisjaar (jaar 0) f 600.000,—. Voor de volgende jaren wordt rekening gehouden met een loonstijging en een verbetering van de arbeidsproductiviteit. Definieren we

$$l_t = \frac{100\% + \% \text{ loonstijging in jaar } t}{100\%}$$

$$v_t = \frac{100\% + \% \text{ verbetering arbeidsproductiviteit in jaar } t}{100\%}$$

$$t = 1, \dots, 10$$

dan stijgen de bedieningslonen in jaar t met de factor $(l_t/v_t - 1)$. In het deterministische model is $l_t = v_t = 1,04$, zodat de bedieningslonen in elk van de tien jaren gelijk zijn aan f 600.000,—.

De variabele lonen bedragen, uitgedrukt in loonkosten van het basisjaar f 135,— per ton A . Deze lonen stijgen in de tijd door een toename van de afzet (tabel I.1) en de loonstijging (4% per jaar). In jaar 1 zijn de variabele lonen dus $6.000 \times f 135 \times 1,04 = f 842.400$,—.

- d. de uitgaven voor de productie: f 60,— per ton A .
e. de uitgaven voor reparatie worden per jaar geraamd op:
2% van de geïnvesteerde bedragen in gebouwen (zijnde f 1.750.000,—)
7% van de geïnvesteerde bedragen in installaties (zijnde f 8.250.000,—)
f 45,— per ton geïnvesteerde productiecapaciteit.
f. additionele overheads: f 875.000,— per jaar.
g. werkkapitaal: $\frac{1}{3}$ van de toename van de lopende jaarlijkse uitgaven, gevormd door de lonen, uitgaven voor productie en reparatie en de additionele overheads en f 100,— per jaar per toegevoegde ton A .

4	5	6	7	8	9	10	totaal
10.000,0	10.000,0	10.000,0	10.000,0	10.000,0	10.000,0	10.000,0	103.000,0
						3.040,0	-17.960,0
-2.179,2	-2.242,4	-2.308,1	-2.376,4	-2.447,5	-2.521,4	-2.598,2	-21.777,3
- 600,0	- 600,0	- 600,0	- 600,0	- 600,0	- 600,0	- 600,0	- 5.550,0
-1.062,5	-1.062,5	-1.062,5	-1.062,5	-1.062,5	-1.062,5	-1.062,5	-10.625,0
- 875,0	- 875,0	- 875,0	- 875,0	- 875,0	- 875,0	- 875,0	- 8.750,0
- 190,8	- 21,1	- 21,9	- 22,8	- 23,7	- 24,6	2.686,3	
-1.777,6	-1.747,9	-1.717,0	-1.684,9	-1.651,5	-1.616,8	-1.580,7	-17.169,6
3.314,9	3.451,1	3.415,5	3.378,4	3.339,8	3.299,7	9.009,9	21.168,1

- h. belasting: bij de berekening van de belasting is rekening gehouden met investeringsaftrek (twee maal 5%), afschrijvingen ineens, lineaire afschrijvingen en de bruto overschotten. Het belastingspercentage is gesteld op 47%.
- i. rentepercentage: 10%.

Men kan de totale berekening ook met een computer uitvoeren. Om de uitkomsten voor de andere alternatieven en de uitkomsten bij andere hypothesen snel te kunnen berekenen, is een formule ontwikkeld.

Hiertoe zijn voor het gegeven voorbeeld de volgende symbolen gekozen:

a_t = afzet per jaar (in tonnen);

$a_{\max}$ = geïnvesteerde productiecapaciteit (in tonnen);

p_t = opbrengstprijis in f per kg;

l_t = $\frac{100\% + \% \text{ loonstijging in jaar } t}{100\%}$

v_t = $\frac{100\% + \text{verbetering arbeidsproductiviteit in jaar } t}{100\%}$

g = reparatie-uitgaven voor gebouwen in % van de geïnvesteerde bedragen;

i = reparatie-uitgaven voor installaties in % van de geïnvesteerde bedragen;

K = kapitaalwaarde in duizenden guldens berekend op ultimo jaar -1 .

De formule luidt dan:

$$\begin{aligned}
 K = & - \begin{Bmatrix} 9.750,0 \\ 9.506,0 \\ 9.262,0 \\ 9.019,0 \\ 8.775,5 \end{Bmatrix} - \frac{1}{1,10} \begin{Bmatrix} 11.250,0 \\ 10.674,0 \\ 10.138,0 \\ 9.581,0 \\ 9.025,0 \end{Bmatrix} + \frac{1}{1,10^{11}} \begin{Bmatrix} 3.040,0 \\ 2.888,0 \\ 2.736,0 \\ 2.584,0 \\ 2.432,0 \end{Bmatrix} + \\
 & + 0,53 \left[\sum_{t=1}^{10} \frac{a_t p_t}{(1,10)^{t+1}} - 600 \sum_{t=1}^{10} \frac{\prod_{j=1}^t \frac{l_j}{v_j}}{(1,10)^{t+1}} - 0,135 \sum_{t=1}^{10} \frac{a_t \prod_{j=1}^t l_j}{(1,10)^{t+1}} + \right. \\
 & - 0,06 \sum_{t=1}^{10} \frac{a_t}{(1,10)^{t+1}} - 17,5g \sum_{t=1}^{10} \frac{1}{(1,10)^{t+1}} - 82,5i \sum_{t=1}^{10} \frac{1}{(1,10)^{t+1}} + \\
 & \left. - 0,045a_{\max} \sum_{t=1}^{10} \frac{1}{(1,10)^{t+1}} - 875 \sum_{t=1}^{10} \frac{1}{(1,10)^{t+1}} \right] + \\
 & - \frac{1}{33} \left\{ 600 \sum_{t=1}^9 \frac{\prod_{j=1}^t \frac{l_j}{v_j}}{(1,10)^{t+1}} + \sum_{t=1}^9 \frac{0,135a_t \prod_{j=1}^t l_j}{(1,10)^{t+1}} + 0,06 \sum_{t=1}^9 \frac{a_t}{(1,10)^{t+1}} + \right. \\
 & \left. + 17,5g \sum_{t=1}^9 \frac{1}{(1,10)^{t+1}} + 82,5i \sum_{t=1}^9 \frac{1}{(1,10)^{t+1}} + 0,045a_{\max} \sum_{t=1}^9 \frac{1}{(1,10)^{t+1}} + \right.
 \end{aligned}$$

$$+ 875 \sum_{t=1}^9 \frac{1}{(1,10)^{t+1}} \left\} - \frac{1}{110} \sum_{t=1}^9 \frac{a_t}{(1,10)^{t+1}} + \right. \\ \left. + 0,47 \begin{Bmatrix} 1.501,0 \\ 1.449,1 \\ 1.397,1 \\ 1.345,2 \\ 1.293,3 \end{Bmatrix} \sum_{t=1}^{10} \frac{1}{(1,10)^{t+1}} + 0,47 \begin{Bmatrix} 1.652,5 \\ 1.600,3 \\ 1.548,0 \\ 1.495,7 \\ 1.443,5 \end{Bmatrix} + \frac{0,47}{1,10} \begin{Bmatrix} 3.102,5 \\ 2.959,0 \\ 2.815,5 \\ 2.672,0 \\ 2.528,5 \end{Bmatrix}.$$

De getallenrijtjes tussen de accoladen hebben van boven naar beneden gelezen betrekking op een capaciteit van respectievelijk 10.000, 9.500, 9.000, 8.500 en 8.000 ton per jaar. De formule kan verder worden herleid, wat hier achterwege is gelaten.

BIJLAGE II. Een cijfervoorbeeld voor paragraaf 3

a. Voor de vergelijking van het model: zie vergelijking in bijlage I.

De variabelen (K , a_t , p_t , l_t , v_t , g , i) zijn in dit model stochastisch. Daar de afzet niet hoger kan zijn, dan de geïnstalleerde capaciteit, geldt $a_t \leq a_{\max}$.

b. Gegevens:

Tabel II.1. Verwachtingswaarde en standaarddeviatie van de stochastische variabelen

Grootheid	a_t	p_t	l_t	v_t	g	i
Verwachtingswaarde	zie tabel I.1		1,04	1,04	2	7
Standaarddeviatie	$0,1\bar{a}_t$	$0,2\bar{p}_t$	0,01	0,005	0,2	0,35

Alle variabelen zijn normaal verdeeld en onderling onafhankelijk.

c. Met behulp van de computer is een groot aantal uitkomsten van K bepaald. Uit deze uitkomsten is de verwachtingswaarde ($\bar{K} = f 2.789.000,-$) en de variantie ($V(K) = f 4.194.872.000.000,-$) berekend.

d. Als nutsfunctie is genomen het stijgende gedeelte van:

$$E(U) = -\frac{1}{36} 10^{-7} [V(K) + \{E(K)\}^2] + \frac{11}{12} 10^{-4} E(K) + 0,3$$

waarin $E(U)$ = verwacht nut.

Literatuur

- [1] R. M. ADELSON, Criteria for capital investment. *Operational Research Quarterly*, vol. 16 (1965) no. 1.
- [2] H. ALBACH, *Investition und Liquidität*. Betriebswirtschaftlicher Verlag Dr. Ph. Gabler, Wiesbaden, 1962.
- [3] H. ALBACH, Das optimale Investitionsbudget bei Unsicherheit. *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, jaargang 37 (1967), no. 8.
- [4] H. I. ANSOFF, *Corporate strategy*. Penguin Books Ltd., Harmondsworth, 1968.
- [5] P. A. BARAN and P. M. SWEETZ, *Monopoly capital*. Penguin Books Ltd., Harmondsworth, 1968.
- [6] F. G. J. DERKINDEREN, *Hoofdlijnen van bedrijfsstrategie*. H. E. Stenfert Kroese N.V., Leiden, 1965.
- [7] R. J. DE GROOF, Onzekerheid en de investeringsbeslissingen. *De Economist*, jaargang 116 (1968), no. 6.
- [8] G. HADLEY, *Introduction to probability and statistical decision theory*. Holden-Day Inc. Londen, 1967.
- [9] F. HANSSMANN, *Operations research techniques for capital investment*. John Wiley and Sons Inc., New York, 1967.
- [10] K. L. HASTIE, The determination of optimal investment policy. *Management Science*, vol. 13 (1967), no. 12.
- [11] J. KOERTS, *Economie en kansspel, een beschouwing over de toepassing van het waarschijnlijkheidsmodel in de economie*. Universitaire Pers Rotterdam, 1966.
- [12] J. L. MEY en H. WILLEMS, Beschouwingen over het probleem van de investeringsbeslissing. In: C. F. Scheffer (ed.), *Kernproblemen der bedrijfseconomie*, Agon-Elsevier, Amsterdam, 1966.
- [13] C. F. Scheffer, *Financiële Notities*, deel II, hoofdstuk III. N.V. Uitgeversmaatschappij v/h G. Delwel, Den Haag, 1968 (2e druk).
- [14] R. SCHLAIFER, *Probability and statistics for business decisions*: McGraw-Hill Book Cy. Inc. New York, 1959.
- [15] J. TOBIN, *The theory of portfolio selection and the theory of interest rates*. McMillan, New York, 1965.
- [16] D. VICKERS, *The theory of the firm, production, capital and finance*. McGraw-Hill, New York, 1968.
- [17] B. WAGLE, A statistical analysis of risk in capital investment projects. *Operational Research Quarterly*, vol. 18 (1967), no. 1.

Bibliotheek K. U. Brabant

17 000 01059111 4

Overdruk uit Statistica Neerlandica, 23 (1969), Nr. 4
E.I.T. 1970